1. Le basi del ragionamento

1.1 Concetti logici applicati alle matematiche

Concetto di verità

Fra le seguenti definizioni, stabilire quali sono quelle complete e quelle coerenti, giustificando la risposta. Si suppone che tutti i vocaboli usati, tranne quelli privi di senso, siano già stati coerentemente definiti. Attenzione però! Non si richiede che le definizioni siano rispondenti a quello che noi sappiamo sui vari oggetti definiti

1. **Diciamo *chilo* un'unità di misura.**

Non completa perché vi sono molte altre unità di misura. Di fatto chilo è un prefisso, ma la definizione ha un senso, quindi è coerente

2. **Diciamo *gettone telefonico* un oggetto che serve per telefonare.**

Non completa perché vi sono altri oggetti che servono per telefonare. Di fatto il gettone telefonico non è quasi più usato, se non in particolari situazioni e nazioni

3. **Diciamo *gallo* un cantante mattiniero.**

Non coerente perché non è chiaro cosa significa cantante mattiniero

4. **Diciamo *mano* uno strumento che serve per grattarsi.**

Non completa perché ci sono altri strumenti con i quali ci si può grattare. La mano è anche uno strumento.

5. **Diciamo *giallo* un bel colore.**

Non coerente, perché che un colore sia bello è soggettivo

6. **Diciamo *numero dispari* un numero che non è pari (si presuppone di conoscere la definizione di numero pari).**

Non completa perché il concetto di numero pari e dispari ha senso solo per i numeri interi. 3,14 non è pari ma neanche dispari

7. **Diciamo *numero alla moda*, il numero intero più elegante.**

Non coerente, perché non è chiaro quando un numero possa essere definito elegante

8. **Diciamo *numero primo* un numero naturale maggiore di 1, divisibile per se stesso.**

È una definizione completa e coerente di numero primo, anche se non corretta. Infatti con questa definizione tutti i numeri naturali maggiori di 1 sarebbero primi

9. **Diciamo *triangolo* una figura formata da tre segmenti.**

Non completa perché con tre segmenti messi a caso posso racchiudere o no un'area e quindi un triangolo

10. **Diciamo *parallelogramma* un quadrilatero con i lati opposti paralleli.**

È la corretta definizione di parallelogramma

11. **Diciamo *arcatures* un ombrello il cui tessuto contiene solo i colori bianco e rosso.**

Anche se il nome è inventato, la definizione è coerente e completa, dato che è in grado di determinare quali oggetti sono arcatures e quali no

12. **Diciamo *acqua* una bevanda.**

Non completa perché non tutte le bevande sono acqua

13. **Diciamo *cerchio* la figura geometrica più regolare.**

Non coerente perché non è chiaro quando una figura geometrica (quindi non per forza un poligono) è regolare

14. **Diciamo *figure eleganti*, le figure geometriche più gradevoli all'occhio.**

Non coerente perché la "gradevolezza", supposto che possa definirsi è soggettiva

15. **Diciamo *numeri tripentagonali* i numeri interi multipli di 3 e di 5 ma non di 7.**

È coerente e completa, per esempio 15 è tripentagonale, mentre 10 no

16. **Diciamo *numeri attuali* i numeri precedenti dei numeri posteriori.**

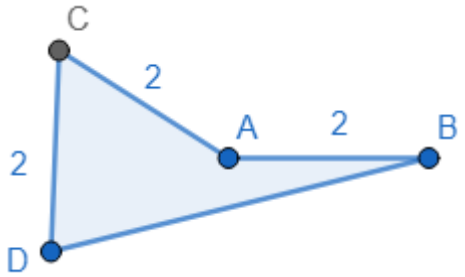
È coerente e completa se abbiamo definito in modo coerente e completo i numeri posteriori e il concetto di predente

17. **Diciamo *cerchio massimo* il cerchio più grande di tutti.**

Non coerente, perché non esistono cerchi massimi, dato che possiamo tracciare cerchi con raggi di lunghezza arbitraria

18. Diciamo *cubo vivace* un cubo colorato di rosso.
È coerente e completa, dato che permette di individuare senza errori i cubi vivaci
19. Diciamo *segmenti graditi*, i segmenti che possono essere disegnati su un foglio di quaderno.
Coerente ma non completa perché dipende dal foglio e dal modi di disegnare, pertanto un certo segmento può essere disegnato da A su un quaderno Q, mentre B non riesce a disegnarlo
20. Diciamo *numeri ripetenti* quei numeri le cui cifre decimali si ripetono.
Coerente ma non completa perché non è specificato il modo in cui si debbano ripetere le cifre

Tenuto conto delle proprie conoscenze matematiche, fra le seguenti definizioni stabilire quali si riferiscono a oggetti matematici realmente esistenti
21. Diciamo *triangolo ottusabile*, un triangolo con due angoli ottusi.
Non esistono, nella geometria euclidea, triangoli con più di un angolo ottuso
22. Diciamo *multiagono* un poligono con più di 1000 lati.
Sì esistono poligoni con un qualsiasi numero intero maggiore di 2 come numero di lati
23. Diciamo *numero quantificabile* un numero divisibile per 101 ma non per 11.
Sì, per esempio 101 è quantificabile e 100 no
24. Diciamo *numero elitario* un numero divisibile per 12 ma non per 3.
No, ogni numero divisibile per 12 è divisibile anche per 3
25. Diciamo *quadritriedro* un poliedro le cui facce sono solo triangoli o quadrati.
Sì, per esempio il tetraedro o il cubo hanno questa proprietà
26. Diciamo *rette allacciate* due rette che hanno esattamente 2 punti in comune.
Non esistono rette che hanno più di un punto in comune, tranne che siano coincidenti e hanno infiniti punti in comune
27. Diciamo *numero ammirevole* un numero intero il cui quadrato è uguale a 123123123.
Non esistono numeri interi il cui quadrato finisca per 3
28. Diciamo *numero sorprendente* un numero intero il cui quadrato ha più di 1000 cifre.
Sì, tutti i numeri interi maggiori del primo numero intero più grande di $\sqrt{10^{99}} = 10^{29} \cdot \sqrt{10}$ verificano questa proprietà
29. Diciamo *angolo ristretto*, un angolo minore della metà di un angolo retto.
Sì, tutti gli angoli che in gradi sessagesimali misurano meno di 45°
30. Diciamo *quadrilatero eccezionale* un quadrilatero con 3 lati uguali.
Sì, per esempio un rombo, dato che non è detto che debbano essere esattamente 3 i lati uguali, ma vi sono anche quadrilateri con esattamente 3 lati uguali



Delle seguenti definizioni stabilire quali non possono essere accettate perché usano nomi "riservati" ad altri oggetti
31. Diciamo *multiplo blu di un numero n*, un multiplo di *n* che ha il doppio delle cifre di *n*.
Sì, il nome è parzialmente inventato
32. Diciamo *ettagono* un poligono con 37 lati.
No perché l'ettagono è definito come il poligono con 7 lati
33. Diciamo *segmento* una parte di retta compresa tra due suoi punti.
Sì, è una definizione usata per il concetto di segmento
34. Diciamo *retta ortogonale a un'altra* una retta che forma con la data due angoli di 75°.
No perché le rette ortogonali sono definite come quelle che incontrandosi formano angoli di 90°
35. Diciamo *poligono irregolare* un poligono i cui lati hanno tutti diverse misure.
Sì, anche se di solito un poligono non equilatero non ha un nome particolare

Assiomi e teoremi

Dopo aver distinto ipotesi e tesi, esprimere in forma normale i seguenti teoremi.

1. *La somma di due numeri dispari è un numero pari*
Se a e b sono dispari, allora $a + b$ è pari

2. *La somma di due numeri razionali è un numero razionale*
Se $a \in \mathbb{Q}$ $b \in \mathbb{Q}$, allora $a + b \in \mathbb{Q}$

3. *Il cubo è un poliedro regolare*
Se il poliedro P è un cubo, allora P è un poliedro regolare

4. *In ogni poliedro convesso vale la formula F + V = S + 2, dove F è il numero delle facce, V il numero dei vertici e S il numero degli spigoli*
Se P è un poliedro convesso con F *facce,* V *vertici e* S *spigoli*, allora $F + V = S + 2$

5. *Il poligono regolare di 17 lati è costruibile con riga e compasso*
Se P è un poligono regolare di 17 lati, allora P è costruibile con riga e compasso

6. *Dati due numeri interi consecutivi, con il minore diverso da 2, uno almeno di essi non è un numero primo*
Se $a \in \mathbb{N}$ e $a + 1 \in \mathbb{N}$, allora a o b è un numero primo. Se invece avessimo la coppia 2 e 3 la proprietà sarebbe falsa.

7. *Un triangolo con due angoli di uguale misura ha i lati opposti a detti lati di uguale misura*
Se T è un triangolo i cui angoli misurano α, α e γ e i cui lati opposti misurano a, b e c allora $a = b$

8. *Un triangolo con due angoli di diversa misura ha i lati a essi opposti di diversa misura*
Se T è un triangolo in cui due angoli misurano α, β e γ, con $\alpha \neq \gamma$ e i cui lati a essi opposti misurano a, b e c allora: $a \neq c$

9. *Il quadrato di un numero pari è un numero divisibile per 4*
Se $a = 2n$, con $n \in \mathbb{N}$, allora $a^2 = 4m$ con $m \in \mathbb{N}$

10. *Il successivo di un numero primo è il numero 3 o un numero pari*
Se p è un numero primo, allora $p + 1 = 3$ oppure $p + 1 = 2n$, con $n \in \mathbb{N}$

11. *Il minimo comune multiplo fra un numero intero e il proprio quadrato è uguale a quest'ultimo numero*
Se $a \in \mathbb{N}$, allora $mcm(a, a^2) = a^2$

12. *In un triangolo equilatero le tre altezze coincidono con le tre mediane*
Se T è un triangolo i cui lati misurano $a = b = c$, le cui altezze e mediane a essi relative sono rispettivamente i segmenti h_a, h_b, h_c, e m_a, m_b, m_c, allora $h_a = m_a$, $h_b = m_b$, e $h_c = m_c$.

13. *Ogni frazione che ridotta ai minimi termini ha un denominatore divisibile solo per 2 o per 5, rappresenta un numero decimale limitato*
Se a/b è tale che $a, b \in \mathbb{N}$, $MCD(a, b) = 1$ e $b = 2^h \cdot 5^k$, con $h, k \geq 0$, allora esiste un numero naturale n per cui si ha $a \cdot 10^n/b \in \mathbb{N}$

14. *In una circonferenza fra tutti i segmenti che uniscono due suoi punti distinti i maggiori sono quelli passanti per il centro*
Se P, Q ed R sono punti della circonferenza Γ di centro C e se $C \in PQ$ e $C \notin PR$, allora $PQ > PR$

15. *Esistono infiniti numeri primi*
Se a è un numero primo allora esiste $n > a$ tale che anche n è primo

Fornire degli esempi di linguaggio simbolico che possono trovarsi nei seguenti ambienti o documenti.

16. Biglietterie ferroviarie
Le sigle dei treni, come per esempio **FR AV** indica il Freccia Rossa Alta velocità

17. Ospedali
Le sigle usate per indicare certi esami, per esempio RX per quelli radiologici

18. Scuole
Le sigle usate per indicare gli indirizzi per esempio la 1AS indica la Prima sezione A a indirizzo scientifico, mentre la 1AL indica la prima sezione A a indirizzo linguistico

19. Certificati anagrafici
Le sigle usate nei certificati, per esempio la sigla AIRE indica i residenti italiani che si trovano all'estero per

motivi di studio o lavoro ma che continuano a godere della cittadinanza italiana

20. Segnaletica stradale

Per esempio la scritta STOP o più in generale le simbologie iconografiche

I principi della logica classica

Trovare dei controesempi alle seguenti affermazioni, determinando le proprietà sempre false da quelle talvolta vere.

1. *Se un numero è pari allora è divisibile per* 4

A volte falsa. Per esempio 6 è pari ma non è divisibile per 4, ma a volte può essere vera, 8 è pari e divisibile per 4

2. *Se un numero è primo allora è un numero dispari*

A volte falsa. Per esempio 2 è primo ma non è dispari, ma ogni altro numero primo è dispari

3. *Se un numero primo è dispari allora il successivo numero dispari non è un numero primo*

A volte falsa. Per esempio 3 e 5 sono primi, ma 7 è primo e 9 è composto

4. *Il quoziente di due numeri divisibili per* 5 *è sempre un numero divisibile per* 5

A volte falsa. Per esempio 15 : 5 = 3; ma 25 : 5 = 5

5. *In un triangolo rettangolo gli altri due angoli misurano sempre* 45°

A volte falsa. Per esempio Il triangolo rettangolo ottenuto tracciando un'altezza di un triangolo equilatero ha angoli acuti che misurano 30° e 60°. Ma il triangolo rettangolo isoscele ha gli angoli acuti di 45°

6. *Se un poligono ha tutti i lati uguali ha anche tutti gli angoli interni uguali*

A volte falsa. Per esempio un rombo non quadrato non ha tutti gli angoli interni della stessa misura, ma un quadrato li ha

7. *In un triangolo ottusangolo tutti gli angoli sono ottusi*

Sempre falsa: in un triangolo ottusangolo un solo angolo è ottuso

8. *Un quadrato ha sempre l'area maggiore di un triangolo*

A volte falsa. Per esempio un quadrato di lato 1 ha area 1 e un triangolo rettangolo di cateti 1 e 4 ha area 2. Ma un quadrato di lato 1 ha area 1 e un triangolo rettangolo di cateti 0.2 e 1 ha area 0.1 < 1

9. *Se un quadrilatero ha tutti i lati uguali è un quadrato*

A volte falsa. Per esempio un rombo non quadrato ha tutti e quattro i lati uguali, ma un quadrato è ovviamente un quadrato

10. *Se la somma delle cifre di un numero intero è divisibile per* 5 *allora il numero è divisibile per* 5

A volte falsa. Per esempio Il numero 41 è primo e non divisibile per 5, e 4 + 1 = 5. Ma il numero 50 è divisibile per 5 e 5 + 0 = 5

La sfida

Qui riportiamo alcuni quesiti particolarmente impegnativi.

1. Sappiamo che esattamente una delle affermazioni X, Y, Z è vera e le altre due false. Inoltre solo una delle seguenti affermazioni è vera, quale? A) Y è vera B) X è falsa e Y vera C) Z è falsa e X vera D) Z è vera E) Y è falsa e X vera

Consideriamo intanto solo le affermazioni composte, ossia B, C ed E. Supponiamo che sia vera solo B; ciò non è possibile perché allora sarebbe vera anche A. Ma allora è falso che contemporaneamente sia X falsa e Y vera. Quindi abbiamo tre sottocasi: a) X è vera e Y falsa; b) X vera e Y vera; c) X falsa, Y falsa. Consideriamo vera a); essa coincide con E, che dovrebbe quindi essere l'affermazione vera. Ciò non è possibile perché o Z è vera, quindi è vera anche D, oppure Z è falsa, ma siccome anche X è vera, sarebbe vere anche C. Quindi a) è falsa. Supponiamo sia vera b). Non è possibile perché allora sarebbe vera A, ma anche C oppure D. Infine rimane da supporre vera c). In questo caso sono tutte false tranne D. Pertanto, poiché una fra a) b) e c) deve essere vera, concludiamo che è vera c) e quindi è vera D.

2. Di 3 persone, indicate con A, B e C, sappiamo che due di esse sono donne, due di nazionalità italiana, due medici e due giocano a tennis. Sappiamo inoltre

- **Ciascuno verifica al massimo 3 delle 4 caratteristiche;**
- **Se A è una donna allora gioca a tennis;**

- **Sia B che C se sono italiani allora sono medici (non per forza entrambi);**
- **Sia A che C se giocano a tennis allora sono medici (non per forza entrambi).**

Chi dei tre verifica solo due delle 4 caratteristiche e quali sono?

Intanto osserviamo che vi sono 8 caratteristiche da associare a 3 persone, che possono averne massimo 3, quindi avremo che 2 verificano 3 caratteristiche e una che ne verifica 2.
Se A è donna allora gioca a tennis ed è un medico, pertanto non è italiana, perché già verifica 3 caratteristiche. Quindi in questo caso sono italiani B e C che sono perciò entrambi medici, il che non è possibile perché allora ci sarebbero 3 medici e non 2. Quindi A non è donna. Perciò B e C sono donne. Se sono entrambe italiane sono anche medici, quindi A verificherebbe al massimo 1 caratteristica, che non è possibile. Quindi A è italiano. Vediamo chi è l'altro italiano. Se B è italiana e C no, B è anche medico. Se C è l'altro medico allora A deve giocare a tennis, ma allora è anche medico, e di nuovo avremmo 3 medici. Se è A il medico, C non lo è quindi è donna e gioca a tennis ma allora è anche medico, di nuovo non va. Perciò C è italiana e B no, perciò C è donna, medico e italiana, quindi non gioca a tennis. Perciò giocano a tennis A e B. Infine è B che verifica 2 proprietà, ossia è donna e gioca a tennis. D'altro canto A è uomo, italiano, medico e tennista, mentre C è donna, italiana e medico.

3. **A, B, C e D hanno ciascuno monete da 10, 20, 50 centesimi o 1 euro, per un totale di 2 euro. Si sa che Tutti hanno lo stesso numero di monete; Di monete da 50 centesimi, A ne ha 3, B 2, C 1 e D nessuna; Tutti comprano lo stesso dolce, che costa meno di 2 euro; Uno solo dei 4 non riesce a pagare esattamente il dolce e riceve qualche moneta di resto; Chi riceve il resto? Quanto costa il dolce? Quante monete ha ciascuno?**

Dato che A ha 3 monete da 50 centesimi, deve avere alcune monete che insieme danno 50 centesimi, che possono essere (10, 20, 20) oppure (10, 10, 10, 20) o ancora (10, 10, 10, 10, 10). Ossia tutti possono avere 6, 7 oppure 8 monete. Dato che B ha 2 monete da 50, le rimanenti devono dare somma 1 euro. Dato che $4 \cdot 20 < 100$, le monete totali non possono essere 6. Possono essere 7, e B avrebbe altre 5 monete da 20; oppure 8 e avrebbe 4 monete da 20 e 2 da 10. Se le monete sono 7, C deve arrivare a 1,50 con altre 6 monete non da 50, quindi può avere (20, 20, 20, 20, 20, 1). Se le monete fossero 8 non può arrivarci. Pertanto le monete sono 7. In questo caso D avrà (10, 10, 20, 20, 20, 20, 1). Riepilogando A ha (10, 10, 10, 20, 50, 50, 50), B (20, 20, 20, 20, 20, 50, 50), C (20, 20, 20, 20, 20, 50, 1) e D (10, 10, 20, 20, 20, 20, 1). Vediamo le diverse somme minori di 2 euro e ovviamente multiple di 10 centesimi, a cui non possono arrivare i 4: A e D nessuno; B: (10, 30, 110, 130, 150, 170, 190) C (10, 30, 110, 130, 150). Pertanto sono solo in due che non possono pagare senza resto, ma tutte le somme che non può pagare C non può pagarle neanche B, che perciò è quello cercato. D'altro canto non sappiamo se il costo del dolce è 170 o 190

Quesiti assegnati in gare nazionali e internazionali

1. **(A1997) Ci sono 5 armadietti messi uno accanto all'altro su un muro, nell'ordine: A, B, C, D, E. Sappiamo che la chiave di A apre anche E, la chiave di C apre anche B e ogni chiave apre almeno uno degli armadietti adiacenti. Di quante chiavi abbiamo bisogno, minimo, per aprire tutti gli armadietti?**

Ne basta una, infatti la chiave di A apre E, ma anche B perché adiacente ad A e quindi anche D, adiacente ad E e infine anche C perché adiacente a D

2. **Con riferimento al precedente quesito, se eliminiamo l'informazione "la chiave di C apre anche B", come cambia la risposta?**

Non cambia perché l'armadietto C deve aprirsi con la chiave di B (quindi di A) o di D (quindi di E, ossia di A)

3. **(A1998) Mr e Mrs Brown danno un party invitando altre tre coppie di amici. Durante il party furono scambiate delle strette di mano, ma nessun marito strinse la mano della propria moglie. Alla fine Mr. Brown chiese a tutti gli altri quante mani avessero stretto, ricevendo sette diverse risposte. Quante mani ha stretto Mrs. Brown?**

Vi sono 8 persone che possono stringere al massimo 6 mani. Poiché vengono date 7 risposte tutte diverse a 7 domande, vuol dire che le risposte sono tutti i numeri da 0 a 6. Dato che qualcuno ha detto 0 l'unico che ha potuto dire 6 è stato il rispettivo coniuge, quindi la signora Brown non ha dato nessuna di queste risposte, poiché Mr Brown non è uno di quelli che hanno risposto. Chi ha detto 5 non ha stretto la mano a chi ha detto 0 e a un'altra persona per cui ha come coniuge chi ha detto 1, con lo stesso ragionamento 2 e 4 sono anch'essi una copia. Infine la signora Brown deve aver detto per forza 3.

4. (A1998) Pete sceglie due numeri naturali consecutivi e li scrive su due distinti fogli, che da uno ad Andrew e l'altro a Tom. Per cercare di indovinare l'uno il numero dell'altro fanno le seguenti dichiarazioni, per 10 volte di fila. Andrew: "Non so che numero hai." Tom: "Neanch'io so che numero hai." L'undicesima volta Andrew dice: "Adesso so che numero hai". Quale numero ha Tom?

Se Andrew avesse 1 saprebbe che Tom ha il 2, quindi A non ha 1 e Tom lo viene a sapere dalla sua dichiarazione. A questo punto Tom non ha 2 perché allora saprebbe che Andrew ha il 3, dalla risposta di Tom Andrew capisce che non ha il 3 e lui quindi non ha il 4. Continuando di questo passo, la decima volta che Tom dice di non sapere il numero di Andrew questi è sicuro che Tom non ha nessun numero da 1 a 20, se adesso sa la risposta vuol dire che lui ha il 21 e Tom il 22

5. (A1999) Completare in modo che l'affermazione sia corretta.
In questo box il numero di cifre 0 è __, il numero di cifre 1 è __, il numero di cifre 2 è __, il numero di cifre 3 è __, il numero di cifre 4 è __, il numero di cifre 5 è __, il numero di cifre 6 è __, il numero di cifre 7 è __, il numero di cifre 8 è __ e il numero di cifre 9 è __.

Teniamo conto che ogni qualvolta scriviamo una cifra essa fa aumentare il numero delle sue occorrenze. Così se scriviamo che il numero di cifre 0 è 1, dovremmo scrivere poi che il numero di cifre 1 è 2, ma non potremmo dire che il numero di cifre 2 è 2, perché così avremmo già scritto 3 volte 2, quindi dovremmo scrivere che il numero di cifre 2 è 3, ma in tal modo però i 3 saranno 2 e quindi dovremmo scrivere che il numero di cifre 3 è 2 e così non è più vero quanto scritto sulle cifre 2. Allora lavoriamo sulle cifre più alte e scriviamo che sono 1 da 3 a 9, così abbiamo però 8 volte 1 e quindi non va bene perché scrivendo che il numero di cifre 1 è 8 rende falso che il numero di cifre 8 è 1, dovrebbe essere 2. Dopo ragionamenti simili stabiliamo che l'unico modo corretto è il seguente: In questo box il numero di cifre 0 è 1, il numero di cifre 1 è 7, il numero di cifre 2 è 3, il numero di cifre 3 è 2, il numero di cifre 4 è 1, il numero di cifre 5 è 1, il numero di cifre 6 è 1, il numero di cifre 7 è 2, il numero di cifre 8 è 1 e il numero di cifre 9 è 1.

6. (A2004) Mr. Smith, Mr. Taylor e Mr. Elder insegnano 6 diverse materie (Biologia, Geografia, Matematica, Storia, Inglese e Fisica), ciascuno di essi due materie. Abbiamo le seguenti informazioni: a) Gli insegnanti di Fisica ed Inglese sono vicini di casa; b) Mr. Smith è il più giovane dei tre c) Mr. Elder gioca a poker con l'insegnante d'Inglese e con quello di Biologia ogni domenica d) L'insegnante di Biologia è più vecchio di quello di Matematica e) L'insegnante di Geografia, quello di Matematica e Mr. Smith andranno a fare un giro in bici il prossimo weekend. Associare ogni insegnante alle materie che insegna.

Consideriamo la seguente tabella da completare in modo che ogni riga abbia esattamente 2 Sì e 4 No e ogni colonna 1 Sì e 2 No. Usiamo intanto l'informazione c)

Insegnante\Materia	Biologia	Geografia	Matematica,	Storia	Inglese	Fisica
Mr. Smith						
Mr. Taylor						
Mr. Elder	No				No	

Ora usiamo le informazioni b) d)

Insegnante\Materia	Biologia	Geografia	Matematica,	Storia	Inglese	Fisica
Mr. Smith	No					
Mr. Taylor	Sì					
Mr. Elder	No				No	

Ora usiamo le informazioni a) e)

Insegnante\Materia	Biologia	Geografia	Matematica,	Storia	Inglese	Fisica
Mr. Smith	No	No	No	Sì	Sì	No
Mr. Taylor	Sì	Sì	No	No	No	No
Mr. Elder	No	No	Sì	No	No	Sì

Traduciamo il testo

7. (A2000) Abbiamo le seguenti informazioni su un appartamento

A) vi è al massimo una porta che collega due stanze

B) vi è al massimo una porta che collega una stanza con l'esterno

C) Ci sono 12 porte nell'appartamento

Quante stanze minimo ci sono nell'appartamento?

Indichiamo le stanze con le lettere maiuscole, scrivendo due lettere indichiamo una porta che collega le due stanze, per esempio AB. Se avessimo 5 stanze potremmo avere una configurazione tipo AB AC AD AE BC BD BE CD CE DE e poi AI perché si deve accedere dall'esterno, quindi in totale 11 porte. Pertanto per avere almeno 12 porte sono necessarie 6 stanze.

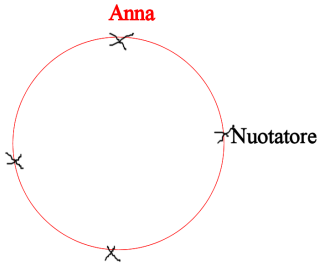
8. **(A2000) Microland ha una popolazione di 100 persone. Alcune sono bugiardi (che mentono sempre), e le rimanenti invece sono sincere (dicono sempre la verità). Sull'isola vi sono tre congreghe: Adoratori del Sole, Adoratori della Luna e Adoratori della Terra. Ciascun abitante appartiene a una sola congrega. In un sondaggio ognuno deve rispondere alle seguenti domande: 1) Sei Adoratore del Sole? 2) Sei Adoratore della Luna? 3) Sei Adoratore della Terra? Il numero di Sì alla prima domanda è 60, alla seconda domanda è 40 e alla terza è 30. Quanti bugiardi vi sono sull'isola?**

Osserviamo che un sincero risponderà con 1 sì e 2 no; mentre un bugiardo con 2 sì e 1 no. Dato che si sono ottenuti 130 Sì, cioè 30 in più del totale degli abitanti vuol dire che ci sono 70 sinceri e 30 bugiardi, per un totale appunto di $70 + 2 \cdot 30 = 130$ Sì

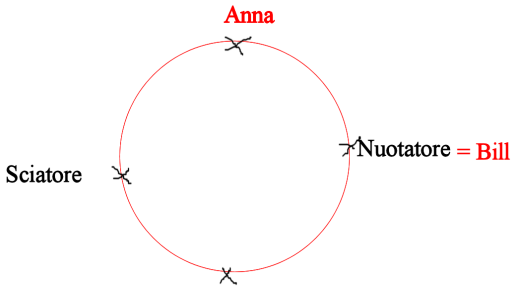
9. **(A2000) In una biblioteca vi sono libri di Storia, Matematica e Fisica. Le copertine dei libri sono rosse, verdi e blu. Le copertine dei libri di Storia non sono blu, quelle dei libri di matematica sono verdi o blu, e di quelli di fisica non sono né rossi né verdi. Di che colore sono le copertine dei libri di Storia?**

Ovviamente le copertine dei libri di Fisica sono blu, pertanto quelle di Matematica sono verdi e infine quelle di Storia sono rosse.

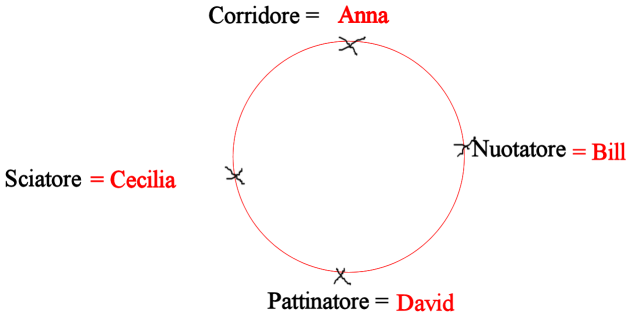
10. **(A2002) 4 atleti, Anna, Bill, Cecilia e David, sono seduti attorno a un piccolo tavolo circolare. Fra di loro vi è un nuotatore, un pattinatore, uno sciatore e un corridore. Il nuotatore è seduto a sinistra di Anna, lo sciatore siede di fronte a Bill, Cecilia e David sono seduti accanto, e a sinistra del pattinatore vi è una ragazza. Come si chiama il corridore?**



Dalla prima informazione abbiamo la seguente situazione , quindi o a) di fronte ad Anna vi è Bill, quindi Anna è lo sciatore, oppure b) Bill è il nuotatore. La a) contrasta con il fatto che Cecilia e David siano seduti uno accanto all'altro, quindi Bill è il nuotatore. La situazione adesso è questa



Perciò lo sciatore è Cecilia o David, ma a sinistra del pattinatore vi è una ragazza, quindi il pattinatore è David è sta seduto di fronte ad Anna che perciò è il corridore.



11. **(A2005) 4 bambini stanno costruendo dei castelli di sabbia. Ciascun castello ha diversa altezza.**

Ciascuno fa le seguenti affermazioni vere sui propri castelli: Fanny: *Il mio castello non è più alto di quello di Suzanne*. Eva: *Il castello di Suzanne non è più piccolo di quello di Katie*. Katie: *Eva ha fatto un castello più piccolo di quello di Fanny*. Suzanne: *Il castello di Eva non è il più piccolo*. Poni in ordine crescente per altezza i castelli

Eva ha costruito un castello che per altezza non è primo, ma neanche secondo perché Fanny lo ha fatto più alto ma Suzanne ancora più alto, e dato che non è il più piccolo, vuol dire che Eva ha costruito il penultimo per altezza. L'ultimo lo ha costruito Kate, il secondo Fanny e il primo Suzanne

Test di ammissione alle Università o alle Accademie militari

1. **(Medicina 1997) Un alano, un boxer, un collie e un doberman vincono i primi 4 premi ad una mostra canina. I loro padroni sono il Sig. Estro, il Sig. Forti, il Sig. Grassi ed il Sig. Rossi, non necessariamente in quest'ordine. I nomi dei cani sono Jack, Kelly, Lad, Max, non necessariamente in quest'ordine. Disponiamo inoltre delle seguenti informazioni: il cane del Sig. Grassi non ha vinto né il primo, né il secondo premio; il collie ha vinto il primo premio; Max ha vinto il secondo premio; l'alano si chiama Jack; il cane del Sig. Forti, il doberman, ha vinto il quarto premio; il cane del Sig. Rossi si chiama Kelly. Da quale cane e' stato vinto il primo premio?**
   A) Il cane del Sig. Estro B) Il cane del Sig. Rossi C) Max D) Jack E) Lad

Dobbiamo stabilire quale cane è il collie, che non si chiama Jack nè Max e non è il cane del Sig. Forti, né del signor Grassi. Quindi è del sig. Estro o del sig. Rossi, cioè la risposta esatta è A o B, quindi non si chiama Lad. Perciò il collie si chiama Kelly e la risposta esatta è B

2. **(Ingegneria 1999) C'è chi ha ipotizzato che dato un numero pari qualunque di persone almeno la metà di loro sia idiota. Prendendo per vera questa libera opinione si dica quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera: A) Non ci possono essere idioti B) A parte eventualmente una persona tutta la popolazione mondiale è idiota C) Esattamente la metà della popolazione mondiale è idiota D) L'estensore di questo quesito non è idiota E) Ogni insieme di idioti è costituito da un numero pari di persone**

La risposta corretta è D per esclusione delle altre. Intanto chiariamo cosa significa necessariamente vera. significa che discende da quello che abbiamo detto. Per esempio se io dico che Chi ha la patente automobilistica in Italia è maggiorenne, da questo segue necessariamente che se A ha la patente deve essere maggiorenne. Ora A non segue necessariamente dall'affermazione. B potrebbe non valere, per esempio se ci fossero 2 sole persone A e B, una, per esempio A è sicuramente idiota, ma l'altra potrebbe esserlo pure. Anche la C non è certamente vera. E lo stesso vale per E, per esempio nel caso già visto di due persone una sola potrebbe essere idiota.

3. **(Ingegneria 1999) L'azienda ospedaliera *Curatutti* ha scritto nel suo regolamento: *In ogni momento c'è almeno un medico di guardia al Pronto Soccorso*. Ciò equivale a dire che:**
   A) *Non ci sono mai due medici di guardia al Pronto Soccorso* B) *Non c'è nessun momento in cui non ci sia almeno un medico di guardia al Pronto Soccorso* C) *La sera di Capodanno non è necessariamente garantita la presenza di un medico al Pronto Soccorso* D) *C'è un certo medico che è sempre di guardia al Pronto Soccorso* E) *Non c'è nessun medico che sia sempre di guardia al Pronto Soccorso*

L'affermazione equivalente, cioè che ha lo stesso significato è la B. Infatti dire che c'è almeno uno non significa che non possano esservene 2, quindi A non è equivalente. C non va bene perché ogni momento significa anche Capodanno. D invece è troppo particolare, c'è almeno un medico non significa sempre lo stesso. Ed E è contraddittoria con l'affermazione iniziale

4. **(Ingegneria 1999) In una squadra di calcio giocano Amilcare, Bertoldo e Carletto nei ruoli di portiere, centravanti, libero (non necessariamente in quest'ordine). Si sa che: 1) Il centravanti è il più basso di statura ed è scapolo 2) Amilcare è il suocero di Carletto ed è più alto del portiere. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? A) Bertoldo è il genero di Carletto B) Bertoldo ha sposato la sorella di Carletto C) Carletto è il portiere D) Carletto è scapolo E) Amilcare è il centravanti**

C. Possiamo escludere E perché Amilcare non è scapolo; così come la D) perché Carletto ha un genero. Proprio per questi due fatti Bertoldo deve essere il centravanti, quindi necessariamente Carletto deve essere

il portiere.

5. **(Ingegneria 2002) Ad un pranzo di sei persone ogni partecipante conosce almeno altri due convitati e, prima di iniziare, presenta fra di loro ogni coppia di suoi conoscenti, se già non si conoscono. Quando si siedono, si conoscono tutti fra di loro. Perciò A) Tutti i convitati ne conoscevano almeno tre B) L'avvenimento descritto non è possibile C) Ogni convitato ne conosceva esattamente due D) Uno dei convitati conosceva tutti E) Almeno uno dei convitati ne conosceva almeno altri tre**

D. Poiché ciascuno presenta agli altri solo quelli che già conosce e non quelli che non conosceva e gli vengano presentati, è necessario che vi sia uno che conosca tutti gli altri.

6. **(La Sapienza, Facoltà scientifiche 2008) In una classe ci sono 8 tifosi di calcio, che si dividono fra solo due squadre, l'Inter e la Roma, ciascuna con almeno un tifoso. Due studenti affermano che: *L'Inter ha* 3 *tifosi; La Roma ha* 3 *tifosi più dell'Inter*. Sapendo che una delle precedenti affermazioni è vera e l'altra è falsa, si può concludere che il numero dei tifosi della Roma è A) 3 B) 4 C) 5 D) 6**

C. Supponiamo sia vera la prima affermazione, essa permette di dire che è anche vero che la Roma ha 5 tifosi, ossia sarebbe falsa la seconda. In questo caso quindi la risposta corretta è C. Dobbiamo però verificare che non può accadere l'altra possibilità, ossia che la Roma ha 3 tifosi più dell'Inter che però NON ha 3 tifosi, ma ciò conduce a dire che il numero totale di tifosi, 8, è uguale a $x + x + 3 = 2x + 3$, con x numero di tifosi dell'Inter. Questa equazione però non ha soluzione intera, avremo $x = 5/2$.

7. **(Architettura 2008) Marco ha quattro carte e le dispone sul tavolo una di fianco all'altra in questo modo: il re è di fianco all'asso; la carta di cuori è di fianco a quella di quadri ma non a quella di picche; la dama di picche è la prima carta, la seconda è una carta rossa; la carta di fiori è di fianco all'asso, ma non al fante. Qual è la terza carta? A) L'asso di cuori B) Il fante di fiori C) Il re di quadri D) L'asso di quadri E) Il fante di cuori**

A. Le 4 carte sono 2 di un colore e 2 dell'altro. Da quanto detto l'ordine dei colori è DP – Q – C – F. Quindi la terza carta è A oppure E, ma siccome Fiori è accanto all'asso la risposta corretta è A.

8. **(Ingegneria 2009) Un'indagine mostra che in Italia ci sono più persone coniugate che single e più maschi che femmine. Da questi dati possiamo dedurre che una sola fra le seguenti affermazioni è sicuramente FALSA; quale? A) in Italia le coppie sono più delle donne nubili B) in Italia le coppie sono più dei maschi celibi C) in Italia ci sono più mariti che donne nubili D) in Italia i single sono più del doppio delle coppie E) in Italia ci sono più maschi celibi che mariti**

D. Abbiamo C > S e M > F, pertanto è certamente falso D, dato che i single sono meno dei coniugati

9. **(Architettura 2010) La maestra d'asilo mette in fila indiana sei bimbe, i cui nomi sono: Anna, Bianca, Claudia, Diana, Eva, Federica. Sapendo che Eva viene subito dopo Federica, che Bianca è la seconda della fila e che fra lei ed Anna vi è una sola bambina, si dica chi è l'ultima della fila. A) Eva B) Federica C) Diana D) Claudia E) Anna**

A. Da quanto detto possiamo scrivere, indicando con X una persona che non sappiamo individuare: X – B – X – A – X. Dato che Eva viene subito dopo Federica, essa può quindi occupare solo l'ultima posizione.

10. **(Bocconi 2010) Leggete attentamente i seguenti dati: Franco ha quattro euro; Mario ha cinque euro; per acquistare un biglietto del cinema occorrono cinque euro. In base ai dati presentati quale delle seguenti affermazioni è vera? A) Franco può acquistare il biglietto del cinema B) Mario può acquistare il biglietto del cinema per sé e per Franco C) Franco va al teatro D) Mario può acquistare il biglietto del cinema per Franco E) Nessuna delle precedenti alternative è vera**

D. Ovviamente l'unica possibilità è D

11. **(Ingegneria 2009) Due giocatori prendono a turno dei sassolini con l'unica regole che non se ne possono prendere né 4 né 8. Vince quel giocatore che riesce a prendere l'ultimo sassolino. Se inizialmente i sassolini sono 8, quanti ne deve prendere il primo giocatore per potersi garantire la vittoria, supponendo che nelle mosse successive ogni giocatore non commetta errori? A) Qualunque numero prenda, vincerà sempre B) Qualunque numero prenda, perderà sempre C) 1 D) 2 E) 3**

B. Comunque ne prenda il primo giocatore, il secondo ne prende un numero tale da lasciarne 4 per A e a quel punto ha vinto.

12. **(Ingegneria 2009) Ci sono 5 persone con diverse situazioni patrimoniali. Oronzo è più ricco di Rocco, le cui ricchezze sono più modeste di quelle di Silvio, e quest'ultimo a sua volta è più danaroso di Piero. Quirino è meno benestante di Piero, ma più agiato di Oronzo. Chi è il terzo in**

ordine di ricchezza? A) Piero B) Rocco C) Oronzo D) Silvio E) Quirino

E. Abbiamo O > R, R < S, S > P, Q < P, Q > O. Sistemando queste disuguaglianze abbiamo S > P > Q > O > R. Quindi la risposta è E

13. (Ingegneria 2009) Indicare quale tra le coppie di numeri indicati va inserita al posto dei puntini nella seguente sequenza: 3, 43; 5, 27; 9, 19; …, …; 33, 13 A) 24, 74 B) 19, 11 C) 15, 15 D) 17, 15 E) 23, 13

D.

14. (Medicina 2013) Negli Stati Uniti d'America i test di logica non sarebbero necessari se gli esami nelle materie di base consistessero in temi scritti piuttosto che in domande a risposte brevi oppure a scelta multipla. Domande di questo tipo non danno la possibilità agli studenti né di pensare in maniera logica in modo indipendente né di presentare coerentemente le loro argomentazioni in forma scritta. Quindi, negli Stati Uniti i temi scritti dovrebbero essere più ampiamente utilizzati come mezzo di valutazione degli studenti. Quale delle seguenti affermazioni mette in luce il passaggio logico errato nel brano precedente? A) Molti studenti usualmente non studiano materie di base B) Scrivere temi non offre necessariamente l'opportunità di mettere alla prova le abilità logiche degli studenti C) Domande a risposte brevi oppure a scelta multipla possono essere valutate in maniera più obiettiva rispetto ai temi scritti D) Molti studenti, specialmente nelle materie scientifiche, non sono abituati a produrre temi scritti E) I test di logica mettono alla prova in modo efficiente le potenzialità di ciascuno studente ad affrontare ragionamenti complessi

La risposta corretta è B

15. (Medicina 2016) Un gioco ha le seguenti regole: se un numero è divisibile per 5 vale 5 punti; se è divisibile per 3 vale 4 punti. In base a tali regole, quale dei seguenti numeri vale di più? 40 B) 42 C) 9 D) 18 E) 276

A, perché vale 5, mentre gli altri valgono tutti 4 punti

16. (Medicina 2016) Alla finale di una gara di automobilismo la classifica dal 1° al 7° posto è la seguente: Alessandro, Federico, Iris, Bruna, Cesare, Eligio, Gianna. Cinque di questi sette piloti indossano il casco integrale e si sa che a indossarlo sono tre tra i primi quattro classificati e tre tra gli ultimi quattro classificati. Si può essere certi che a indossare il casco integrale è: A) Federico B) Eligio C) Bruna D) Cesare E) Iris

C. Ovviamente la quarta classificata rientra sia nei primi 4 che negli ultimi 4, quindi deve per forza essere una con il caso, diversamente quelli col caso dovrebbero essere i primi 3 e gli ultimi 3 per un totale quindi di 6 e non di 5

17. (Medicina 2016) Gabriele si allena in piscina ogni lunedì, mercoledì e sabato. In uno dei rimanenti giorni della settimana Gabriele gioca a calcio. Sapendo che il giorno dopo gli allenamenti di nuoto Gabriele non svolge alcuna attività fisica, qual è il giorno in cui gioca a calcio? A) Mercoledì B) Martedì C) Domenica D) Venerdì E) Giovedì

D. Non può giocare né Martedì, né Giovedì e né Domenica, quindi può farlo solo Venerdì